

به نام خدا

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل رشته‌های فنی دانشگاه سمنان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۴/۵ مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

(۱) جواب معادله دیفرانسیل زیر را به کمک سری توانی در مجاورت نقطه $x_0 = 0$ به ازای ریشه بزرگتر معادله شاخص (مشخصه) به دست آورید و سپس فقط فرم کلی جواب دوم معادله را (بدون محاسبه ضرایب) بنویسید. (۲/۵ نمره)

$$2x^2 y'' - xy' + (1+x)y = 0$$

(۲) معادله دیفرانسیل $xy'' + 2y' + xy = 0$ را با تغییر متغیر $u = y\sqrt{x}$ به معادله بسل تبدیل نموده و جواب عمومی آن را بر حسب توابع بسل ($J_p(x) = \sum \dots$) بدون محاسبه ضرایب بنویسید. (۱/۵ نمره)

(۳) به ازای $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ -1 & 1 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$ جواب معادله دیفرانسیل زیر را با استفاده از تبدیلات لاپلاس به دست آورید. (۲/۵ نمره)

$$y'' + 2y' + 5y = f(t) \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = -4$$

(۴) جواب معادله انتگرال زیر را به دست آورید. (۲ نمره)

$$y(t) + \int_0^t (t-u)y(u)du = 3 \sin 2t$$

(۵) جواب دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید. (۲/۵ نمره)

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y - 1 \\ \frac{dy}{dt} = x + y + 4e^t \end{cases}$$

(۶) از دو قسمت زیر به دلخواه فقط به یک قسمت پاسخ دهید. (۱/۵ نمره)

الف) $L[e^{-2x} \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt]$ ب) $\int_0^1 \sqrt{-\ln x} dx$