

## به نام خدا

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل رشته‌های فنی دانشگاه سمنان  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۲۶ مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

(۱) نوع نقطه  $x_0 = 0$  را برای معادله دیفرانسیل  $(x^2 - 4)y'' + 3xy' + y = 0$  تعیین کنید و سپس حول این نقطه جواب معادله را بصورت یک سری توانی به دست آورید. (۲/۵ نمره)

(۲) جواب معادلات دیفرانسیل زیر را با استفاده از تبدیلات لاپلاس به دست آورید.

(الف) (۲ نمره)  $y'' - y' - 6y = 0$   $y(0) = 2$   $y'(0) = -1$

(ب) (۲/۵ نمره)  $xy'' + (1 - 2x)y' - 2y = 0$   $y(0) = 1$   $y'(0) = 2$

(۳) الف) به ازای هر  $p > 0$  ثابت کنید  $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$ . (۱ نمره)  
ب) حاصل  $\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x^2} dx$  را محاسبه کنید. (۱ نمره)

(۴) دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۲ نمره)

$$\begin{cases} (D-1)x + y = -e^t & x = x(t) \quad y = y(t) \\ -2x + (D-3)y = e^{-t} \end{cases}$$

(۵) از بین دو قسمت زیر به دلخواه فقط به یک مورد جواب دهید. (۱/۵ نمره)  
الف) معادله  $z'' + z = 0$  را با تغییر متغیر  $z = y\sqrt{x}$  به معادله بسل تبدیل کرده و سپس جواب عمومی آن را بر حسب توابع بسل ( $J_p(x) = \sum \dots$ ) بدون محاسبه ضرایب بنویسید.  
ب) تبدیل لاپلاس معکوس  $F(s) = \frac{2(s-1)e^{-2s}}{s^2 - s + 1}$  را به دست آورید.

موفق باشید.