

## به نام خدا

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل رشته‌های فنی دانشگاه سمنان  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۴/۳  
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

---

(۱) جواب معادله دیفرانسیل زیر را با استفاده از روش سریها حول نقطه  $x = 0$  به ازای ریشه بزرگتر معادله مشخصه بدست آورده و فقط فرم کلی جواب دوم را بنویسید. (۲/۵ نمره)

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

(۲) با تغییر متغیر  $x = t^2$  معادله دیفرانسیل  $4x^2y'' + 4xy' + (x - 3)y = 0$  را به معادله بسل تبدیل نموده و جواب را بر حسب توابع بسل بنویسید. (۱/۵ نمره)

(۳) حاصل انتگرال زیر را به کمک تبدیل لاپلاس محاسبه نمایید. (۱/۵ نمره)

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-t}(1 - \cos t)}{t} dt$$

(۴) لاپلاس معکوس زیر را محاسبه کنید. (۲ نمره)

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-3)^2} + \ln \frac{s^2+4}{s(s-1)}\right\}$$

(۵) دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۲ نمره)

$$\begin{cases} (D-1)x + (D+1)y = e^{2t} \\ D^2x + Dy = 3e^{2t} \end{cases}$$

(۶) با استفاده از تبدیل لاپلاس معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۳ نمره)

$$ty'' - (1-2t)y' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -2$$

موفق باشید.