

به نام خدا

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل رشته‌های فنی دانشگاه سمنان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۲۳
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

- (۱) الف) جواب معادله دیفرانسیل $xy'' + y = 0$ را با استفاده از سری‌ها در مجاورت نقطه $x = 0$ به ازای ریشه بزرگتر معادله مشخصه به دست آورید.
ب) فقط فرم کلی جواب دوم را بنویسید (محاسبه ضرایب لازم نیست). (۳ نمره)
۲) معادله زیر را با استفاده از تبدیلات لاپلاس حل کنید. (۲/۵ نمره)

$$ty'' - ty' + y = t^2 - \frac{t^3}{3} \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 5$$

- ۳) الف) تبدیل لاپلاس تابع زیر را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

$$f(t) = e^{-t} \int_0^t u \cos^2 u \, du$$

- ب) لاپلاس معکوس تابع زیر را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

$$F(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

- ۴) دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۲/۵ نمره)

$$\begin{cases} x' + x + 2y = 1 \\ 2x' + x + y' + 3y = e^t \end{cases}$$

- ۵) معادله زیر را حل کنید. (۱/۵ نمره)

$$y'(t) + \int_0^t y(t-x) \cos x \, dx = \cos t \quad y(0) = 0$$

موفق باشید.