

به نام خدا

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل رشته‌های فنی دانشگاه سمنان

تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۴/۲

مدت پاسخگویی: ۱۱۰ دقیقه

(۱) نوع نقطه $x = 0$ را برای معادله زیر تعیین و سپس جواب را به کمک سری توانی حول این نقطه به دست آورید. (۲/۵ نمره)

$$y'' - xy' - y = 0 \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 1$$

(۲) با تغییر متغیر $u = \frac{y}{x}$ معادله دیفرانسیل $xy'' - y' + xy = 0$ را به یک معادله بسل تبدیل نموده و تنها یک جواب آن را بر حسب تابع بسل ($J_p(x) = \sum \dots$) بدون محاسبه ضرایب بنویسید. (۱/۵ نمره)

(۳) جواب معادله انتگرال $y(t) = \sin t + \int_0^t e^{-t+u} y(u) du$ را به دست آورید. (۲ نمره)

(۴) تبدیل لاپلاس $f(t) = 2e^t \int_0^t \frac{\sin^2 u}{e^{\sqrt{u}}} du$ را محاسبه کنید. (۲ نمره)

(۵) جواب معادله $ty''(t) - ty'(t) - y(t) = 0$ با شرایط اولیه $y(0) = 0$ و $y'(0) = 2$ را به کمک تبدیلات لاپلاس به دست آورید. (۲ نمره)

(۶) دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۲ نمره)

$$\begin{cases} (D - 1)x + Dy = 2t + 1 \\ (2D + 1)x + 2Dy = t \end{cases}$$

موفق باشید.