

به نام خدا

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل رشته‌های فنی دانشگاه سمنان

تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۹

مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

(۱) یک جواب معادله دیفرانسیل زیر را در مجاورت نقطه $x_0 = 0$ به ازای ریشه بزرگتر معادله شاخص (مشخصه) به دست آورده و فقط فرم جواب دوم را بنویسید. (۲/۵ نمره)

$$x(1+x)y'' + (x+5)y' - 4y = 0$$

(۲) با تغییر متغیر $u = \frac{y}{x\sqrt{x}}$ معادله دیفرانسیل $xy'' + 4y' + xy = 0$ را به یک معادله بسل تبدیل نموده و جواب عمومی آن را بر حسب توابع بسل ($J_p(x) = \sum \dots$) بدون محاسبه ضرایب بنویسید. (۱/۵ نمره)

(۳) جواب معادله انتگرال $y(t) = 1 + \int_0^t (x-t)y(x)dx$ را به دست آورید. (۲ نمره)

(۴) حاصل $\int_0^\infty \frac{e^{-\frac{\pi}{4}t} \sin t}{t} dt$ را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

(۵) جواب معادله $ty''(t) - 4ty'(t) - 4y(t) = 0$ با شرایط اولیه $y(0) = 0, y'(0) = 1$ را به کمک تبدیلات لاپلاس به دست آورید. (۲/۵ نمره)

(۶) دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۲/۵ نمره)

$$\begin{cases} Dx + 2x + 3y = t \\ Dy - x - 2y = e^t \end{cases}$$

موفق باشید.