

به نام خدا

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل رشته‌های فنی دانشگاه سمنان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۳۱
مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

(۱) جواب معادله $y'' + xy' + y = 0$ را به کمک سری توانی حول نقطه $x = 0$ به دست آورید. (۲ نمره)

(۲) یک جواب معادله دیفرانسیل $xy'' + (x - 1)y' - 2y = 0$ در مجاورت نقطه $x = 0$ با شرط $y(0) = 1$ را به ازای ریشه بزرگتر معادله شاخص (مشخصه) به دست آورده و فقط فرم جواب دوم را بنویسید. (۲/۵ نمره)

(۳) جواب معادله انتگرال زیر را به دست آورید. (۲ نمره)

$$e^{-t} = y(t) + 2 \int_0^t \cos(t-x)y(x)dx$$

(۴) جواب معادله $ty'' + (2t + 3)y' + (t + 3)y = 3e^{-t}$ با شرایط اولیه $y(0) = 0$ و $y'(0) = 1$ را به کمک تبدیلات لاپلاس به دست آورید. (۲/۵ نمره)

تذکر: از بین ۳ سوال زیر به دلخواه فقط به ۲ سوال پاسخ دهید.

(۵) به کمک تعریف، تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \cos^2 t$ را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

(۶) حاصل $\int_0^\infty \frac{e^{-t} \sin 2t}{t} dt$ را به کمک تبدیل لاپلاس محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

(۷) جواب دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -4x + y \end{cases}$$

موفق باشید.