

## ۱۲-۲- مسیرهای قائم (متعامد) یک دسته منحنی

هرگاه دو دسته منحنی طوری باشند که هر منحنی دلخواه از یک دسته، بر کلیه منحنی‌های دسته دیگر عمود باشد، در این صورت یک دسته منحنی را مسیرهای قائم دسته‌های دیگر نامند. برای به دست آوردن معادله مسیرهای متعامد دسته منحنی‌های  $\phi$  ابتدا معادله دیفرانسیل مسیر اصلی را پیدا می‌کنیم (طبق بخش ۲-۱ فصل اول این کار با حذف ثابت  $c$  بین معادله  $\phi$  و مشتق آن نسبت به  $x$  امکان پذیر است)، حال اگر در این معادله  $\frac{1}{y'} - \text{تبديل کنیم}$  معادله دیفرانسیل مسیر قائم  $\psi$  حاصل می‌شود که با حل معادله دیفرانسیل مسیر قائم دسته منحنی‌های مسیر قائم به دست می‌آیند.

از نظر فیزیکی خطوط شار و منحنی‌های هم قوه (هم پتانسیل) مسیرهای متعامد یکدیگر هستند.

$$y = 2xy' + \ln y' \quad y' = p \quad y = 2xp + \ln p \Rightarrow y' = 2p + 2xp' + \frac{p'}{p}$$

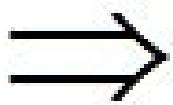
$$-p = p'(2x + \frac{1}{p}) \Rightarrow -x' = \frac{2x}{p} + \frac{1}{p^2} \Rightarrow x' + \frac{2}{p}x = -\frac{1}{p^2} \quad \mu(p) = e^{\int \frac{2}{p} dp} = e^{2 \ln p} = p^2$$

$$x = \frac{1}{p^2} \left( \int -dp + c \right) \Rightarrow x = \frac{1}{p^2} (-p + c) \quad p = 0, \quad y' = 0, \quad y = c$$

$$y' = p^2 + 2xpp' + \frac{p'}{p^2} \Rightarrow p - p^2 = p'(2xp + \frac{1}{p^2}) \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{p-p^2}(2xp + \frac{1}{p^2})$$

$$x' - \frac{2}{1-p}x = \frac{1}{p^3 - p^4}$$

$$F(x, y, c) = 0$$



$$f(x, y, y') = 0$$

$$y' \rightarrow -\frac{1}{y},$$

$$g(x, y, y') = 0$$

1

$$G(x, y, c) = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \Rightarrow y dy = -x dx \Rightarrow \frac{1}{2} y^2 = -\frac{1}{2} x^2 + C$$

$$2xyy' = y^2 - x^2 \Rightarrow y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy} \Rightarrow \frac{-1}{y'} = \frac{y^2 - x^2}{2xy} \Rightarrow y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

$$y' = \frac{2\left(\frac{y}{x}\right)}{1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2} \Rightarrow u = \frac{y}{x}$$